

Gleichungssysteme lösen: Einsetzungsverfahren



Vorgehensweise

1. Stelle eine Zeile nach einer Variable um
2. Setze diese in ALLE anderen Zeilen ein
→ 1 Zeile und 1 Variable eliminiert
3. Vereinfachen und Zusammenfassen
4. Wiederhole Schritt 1 bis 3 bis noch eine Zeile übrig
5. Rückwärts die gefundenen Variablen einsetzen

Gleichungssysteme lösen: Einsetzungsverfahren



Beispiel 1 Gegeben ist ein lineares 3×3 Gleichungssystem (LGS):

$$\begin{aligned}3x - 2y + z &= 2 \\ -2x + y - 3z &= -9 \\ x + 5y - 2z &= 5\end{aligned}$$

1.

$$\begin{aligned}z &= 2 - 3x + 2y \\ -2x + y - 3z &= -9 \\ x + 5y - 2z &= 5\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}-2x + y - 3 \cdot (2 - 3x + 2y) &= -9 \\ x + 5y - 2 \cdot (2 - 3x + 2y) &= 5\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}-2x + y - 6 + 9x - 6y &= -9 \\ x + 5y - 4 + 6x - 4y &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}7x - 5y &= -3 \\ 7x + y &= 9\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}7x - 5y &= -3 \\ y &= 9 - 7x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}7x - 5 \cdot (9 - 7x) &= -3 \\ 7x - 45 + 35x &= -3 \\ 42x &= 42\end{aligned}$$

5.

$$x = 1$$

$$\begin{aligned}y &= 9 - 7 \cdot 1 \\ y &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z &= 2 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \\ z &= 3\end{aligned}$$

$$\mathbb{L} = \{(1|2|3)\}$$

Gleichungssysteme lösen: Einsetzungsverfahren



Beispiel 2 Gegeben ist ein lineares 3×3 Gleichungssystem (LGS):

$$5a + b - 3c = 14$$

$$8a - 4c = 28$$

$$a - 3b - 2c = 5$$

1.

$$b = 14 + 3c - 5a$$

$$8a - 4c = 28$$

$$a - 3b - 2c = 5$$

2.

$$8a - 4c = 28$$

$$a - 3 \cdot (14 + 3c - 5a) - 2c = 5$$

3.

$$8a - 4c = 28$$

$$a - 42 - 9c + 15a - 2c = 5$$

$$8a - 4c = 28$$

$$16a - 11c = 47$$

4.

$$c = \frac{8a - 28}{4} = 2a - 7$$

$$16a - 11c = 47$$

$$16a - 11 \cdot (2a - 7) = 47$$

$$16a - 22a + 77 = 47 \quad | -77$$

$$-6a = -30$$

5.

$$a = 5$$

$$c = 2 \cdot 5 - 7$$

$$c = 3$$

$$b = 14 + 3 \cdot 3 - 5 \cdot 5$$

$$b = -2$$

$$\mathbb{L} = \{(5 | -2 | 3)\}$$