

Mitternachtsformel - Quadratische Gleichungen



WAS ERWARTET DICH?

- Wie funktioniert die Mitternachtsformel?
- Beispiel ohne Termumformung
- Beispiel mit Termumformung

Mitternachtsformel - Quadratische Gleichungen



Wie funktioniert die Mitternachtsformel?

1. Ausgangsmaterial: $0 = ax^2 + bx + c \rightarrow$ Normalform

\rightarrow Beispiel: $0 = 1,5x^2 + 3x - 4,5$

$$a = 1,5$$

$$b = 3$$

$$c = -4,5$$

2. Idee: Finde alle x -Werte, die die Gleichung erfüllen!

3. Formel:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Einsetzen der Werte:

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-4,5)}}{2 \cdot 1,5}$$

\rightarrow Vereinfachen

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 6 \cdot (-4,5)}}{3} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 27}}{3} = \frac{-3 \pm 6}{3}$$

Lösungen aufschreiben:

$$x_1 = \frac{-3 + 6}{3} = \frac{3}{3} = 1 \quad x_2 = \frac{-3 - 6}{3} = -\frac{9}{3} = -3$$

Mitternachtsformel - Quadratische Gleichungen



Wie funktioniert die Mitternachtsformel?

$$0 = 1,5x^2 + 3x - 4,5$$

Lösungen $x_1 = 1$ $x_2 = -3$

→ Lösungsmenge $L = \{1; -3\}$

Achtung: Häufigste Fehlerquelle sind falsche Vorzeichen!

Mitternachtsformel - Quadratische Gleichungen



Beispiel OHNE Termumformung

$$0 = -2x^2 - 4x + 30$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = -2$$

$$b = -4$$

$$c = 30$$

Formel anwenden:

$$x_{1/2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 30}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 240}}{-4} = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{-4} = \frac{4 \pm 16}{-4}$$

Lösungen aufschreiben:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{4 + 16}{-4} = \frac{20}{-4} = -5 \\ x_2 &= \frac{4 - 16}{-4} = \frac{-12}{-4} = 3 \end{aligned} \right\}$$

Lösungsmenge:

$$L = \{3; -5\}$$

Mitternachtsformel - Quadratische Gleichungen



Beispiel MIT Termumformung

$$3x^2 - 5x + 4 = 8x^2 + 10x - 46 \quad \text{Was nun?}$$

Erstmal auf Normalform bringen:

$$\begin{array}{rcl} 3x^2 - 5x + 4 & = & 8x^2 + 10x - 46 \\ -5x + 4 & = & 5x^2 + 10x - 46 \quad | - 3x^2 \\ 4 & = & 5x^2 + 15x - 46 \quad | + 5x \\ 0 & = & 5x^2 + 15x - 50 \quad | - 4 \\ & & \checkmark \quad \text{Normalform} \end{array}$$

Mitternachtsformel - Quadratische Gleichungen



Beispiel MIT Termumformung

$$3x^2 - 5x + 4 = 8x^2 + 10x - 46 \quad \longleftrightarrow \quad 0 = 5x^2 + 15x - 50 \quad \text{Normalform}$$
$$a = 5 \quad b = 15 \quad c = -50$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Einsetzen}$$

$$x_{1/2} = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-50)}}{2 \cdot 5} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 1000}}{10} = \frac{-15 \pm 35}{10}$$

Lösungen:

$$x_1 = \frac{-15 + 35}{10} = \frac{20}{10} = 2$$
$$x_2 = \frac{-15 - 35}{10} = \frac{-50}{10} = -5$$

Lösungsmenge:
 $L = \{2; -5\}$